□21□ □□□□□□□□□

1．□□ $a>0$ □□□ $f(x)=2ax^3-3(a^2+1)x^2+6ax-2$ □

（1）□□ $f(x)$ □□□□□

（2）□ $f(x)$ □ R □□□□□□□□□ a □□□□□□

□□□□□□1□□□□□□ $f'(x)=6ax^2-6(a^2+1)x+6a=6(x-a)(ax-1)$ □

□ $f'(x)=0$，□，$x=a$ □ $x=\frac{1}{a}$ □

□ $\frac{1}{a}>a$，□ $0<a<1$ □ □ $x\langle a$ □ $x\rangle\frac{1}{a}$ □，$f'(x)>0$ □

□□□ $f(x)$ □ $(-\infty,a)$ □ $(\frac{1}{a},+\infty)$ □□□□□ $f(x)$ □ $(a,\frac{1}{a})$ □□□□□

□ $a=1$ □□ $f'(x)\geq 0$ □□□□□□ $f(x)$ □ R □□□□□□

□ $\frac{1}{a}\langle a$，□ $a\rangle 1$ □ □ $x\langle\frac{1}{a}$ □ $x\rangle a$ □，$f'(x)>0$ □

□□□ $f(x)$ □ $(-\infty,\frac{1}{a}),(a,+\infty)$ □□□□□□ $f(x)$ □ $(\frac{1}{a},a)$ □□□□□

□□□□ $0<a<1$ □□ $f(x)$ □□□□□ $(-\infty,a)$ □ $\left(\frac{1}{a},+\infty\right)$ □ $f(x)$ □□□□□ $(a,\frac{1}{a})$ □

□ $a=1$ □□ $f(x)$ □ R □□□□□□

□ $a>1$ □□ $f(x)$ □□□□□ $\left(-\infty,\frac{1}{a}\right)$ □ $(a,+\infty)$ □ $f(x)$ □□□□□ $(\frac{1}{a},a)$ □

（2）□□□□□□

f □a□ $=-a^4+3a^2-2=(a^2-1)(2-a^2)$ □

$f(\frac{1}{a})=1-\frac{1}{a^2}$

□□1□□□□

□ $0<a<1$ □□ $f(a)<0,\ f(\frac{1}{a})<0$ □□□ $f(x)$ □□ $(\frac{1}{a},+\infty)$ □□□□□□□□□□□

□ $a=1$ □□ $f(x)$ □□□□□□ $x=1$ □□□□□□

□ $a>1$ □□ $f(\frac{1}{a})>0$ □□ $f(x)$ □ R □□□□□□□□□ f □a□ >0 □□ $2-a^2>0$，□ □ $1<a<\sqrt{2}$ □

□□□□ $f(x)$ □ R □□□□□□□□□ a □□□□□□ $(0,\sqrt{2})$ □

2□□□□□ $f(x)=(3m-2)e^x-\frac{1}{2}x^2\ (m\in R)$ □

□1□□ $x=0$ □□□ $f(x)$ □□□□□□□□□□ $h(x)=b\ln x+f(x)(b\in R)$ □□□□□

□2□□ $f(x)$ □ R □□□□□□□□□□□ m □□□□□□

□□□□□□□1□ $f'(x)=(3m-2)e^x-x$ □

$x=0$ □□□ $f(x)$ □□□□□□□□ $f'(0)=3m-2=0$ □

$\therefore m=\frac{2}{3}$ □ $\therefore h(x)=b\ln x-\frac{1}{2}x^2$ □

$h'(x)=\frac{b}{x}-x=\frac{b-x^2}{x}$ □

□ $b\le 0$ □□ $h'(x)\le 0$ □□□□ $h(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□

□ $b>0$ □□ $h'(x)>0\Rightarrow 0<x<\sqrt{b}$ □

$\therefore h(x)$ □ $(\sqrt{b}$ □ $+\infty)$ □□□□□□□ $(0,\sqrt{b})$ □□□

□□□□ $b\le 0$ □□ $h(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□

□ $b>0$ □□ $h(x)$ □ $(\sqrt{b}$ □ $+\infty)$ □□□□□□□ $(0,\sqrt{b})$ □□□

□2□ $f(x)$ □ R □□□□□□□□□□□□□ $3m-2=\frac{x^2}{2e^x}$ □□□□□

□ $g(x)=\frac{x^2}{2e^x}$ □ $g'(x)=\frac{x(2-x)}{2e^x}$ □□ $g'(x)=0$ □□□ $x=0$ □ $x=2$ □

$x\in(-\infty,0)$ □□ $g'(x)<0$ □ $x\in(0,2)$ □□ $g'(x)>0$ □ $x\in(2,+\infty)$ □□ $g'(x)<0$

$\therefore g(x)$ □ $(0,2)$ □□□□ $(-\infty,0)$ □ $(2,+\infty)$ □□□

□ $x\to+\infty$ □□ $g(x)\to 0$ □ $x\to-\infty$ □□ $g(x)\to+\infty$

$\therefore 3m-2>\frac{2}{e^2}$ □ $3m-2=0$ □

$\therefore m>\frac{2}{3}+\frac{2}{3e^2}$ □□ $m=\frac{2}{3}$

□□□ m □□□□□ $(\frac{2}{3}+\frac{2}{3e^2}$ □ $+\infty)\cup\{\frac{2}{3}\}$ □

3□□□□□ $f(x)=(x-1)e^x-ax^2+b$ □

(I□□□ $f(x)$ □□□□□

(II□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)$ □□□□□□□

① $\frac{1}{2}<a\leqslant\frac{e^2}{2}$ □ $b>2a$ □

② $0<a<\frac{1}{2}$ □ $b\leqslant 2a$ □

□□□□□□(I□ $f(x)=(x-1)e^x-ax^2+b$ □ $f'(x)=x(e^x-2a)$ □

① □ $a\leqslant 0$ □□□ $x>0$ □□ $f'(x)>0$ □□ $x<0$ □□ $f'(x)<0$ □

$\therefore f(x)$ □ $(-\infty,0)$ □□□□□□□ $(0,+\infty)$ □□□□□□

② □ $a>0$ □□□ $f'(x)=0$ □□□ $x=0$ □ $x=ln(2a)$ □

(i) □ $0<a<\frac{1}{2}$ □□

□ $x>0$ □ $x<ln(2a)$ □□ $f'(x)>0$ □□ $ln(2a)<x<0$ □□ $f'(x)<0$ □

$\therefore f(x)$ □ $(-\infty$ □ $ln(2a))$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□□ $(ln(2a)$ □ $0)$ □□□□□□

$(ii)a=\frac{1}{2}$ □□

$f'(x)=x(e^x-1)\geqslant 0$ □□□□□□□□ $\therefore f(x)$ □ R □□□□□□

(iii) □ $a>\frac{1}{2}$ □□

□ $x<0$ □ $x>ln(2a)$ □□ $f'(x)>0$ □□ $0<x<ln(2a)$ □□ $f'(x)<0$ □

$f(x)$ □ $(-\infty,0)$ □ $(ln(2a)$ □ $+\infty)$ □□□□□□□ $(0$ □ $ln(2a))$ □□□□□□

□□□□□

□ $a\leqslant 0$ □□ $f(x)$ □ $(-\infty,0)$ □□□□□□□ $(0,+\infty)$ □ □□□□□

□ $0<a<\frac{1}{2}$ □□ $f(x)$ □ $(-\infty$ □ $ln(2a))$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□□ $(ln(2a)$ □ $0)$ □□□□□□

□ $a=\frac{1}{2}$ □□ $f(x)$ □ R □□□□□□

□ $a>\frac{1}{2}$ □□ $f(x)$ □ $(-\infty,0)$ □ $(ln(2a)$ □ $+\infty)$ □□□□□□□ $(0$ □ $ln(2a))$ □□□□□□

□Ⅱ□□□□□①□□ □Ⅰ□□□ $f(x)$ □ $(-\infty,0)$ □□□□□□ □ $(0 \quad ln(2a))$ □□□□□ □ $(ln(2a) \quad +\infty)$ □ $f(x)$ □□□□□

□□□ $f(-\sqrt{\frac{b}{a}})=(-\sqrt{\frac{b}{a}}-1)e^{-\sqrt{\frac{b}{a}}}<0,\ f(0)=b-1>2a-1>0$ □

$\therefore f(x)$ □ $(-\sqrt{\frac{b}{a}},0]$ □□□□□□□

$f(ln(2a))=(ln(2a)-1)\cdot 2a-a\cdot ln^2 2a+b>2aln(2a)-2a-aln^2 2a+2a=aln(2a)(2-ln(2a))$ □

□ $\frac{1}{2}<a\le\frac{e^2}{2}$ □ $0<ln(2a)\le 2$ □ $\therefore aln(2a)(2-ln(2a))\ge 0$ □

$\therefore f(ln(2a))>0$ □□ $x\ge 0$ □□ $f(x)\ge f(ln(2a))>0$ □□□ $f(x)$ □□□□

□□□ $f(x)$ □ R □□□□□□□□

□□□□ $a\in(\frac{1}{2}$ □ $\frac{e^2}{2}]$ □□□ $ln(2a)\in(0$ □ $2]$ □

□ $f(x)=b-1>a-1=0$ □□□ $f(ln(2a))=(ln(2a)-1)\cdot 2a-aln^2(2a)+b$

$=ln(2a)(2-ln(2a))+(b-2a)>0$ □

□□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□ $x<0$ □□ $e^x\in(0,1)$ □

□□ $f(x)<-ax^2+b\Rightarrow f(-\frac{b}{a})<0$ □□□ $f(x)$ □ $(-\sqrt{\frac{b}{a}}$ □ $0)$ □□□□□□□□□□□□□

□□②□□□□Ⅰ□□□ $f(x)$ □ $(-\infty \quad ln(2a))$ □□□□□□

□ $(ln(2a) \quad 0)$ □ □□□□□□□ $(0,+\infty)$ □□□□□□

$f(ln(2a))=(ln(2a)-1)2a-aln^2 2a+b\le 2aln(2a)-2a-aln^2 2a+2a=aln(2a)(2-ln(2a))$ □

$0<a<\frac{1}{2}$ □ $\therefore ln(2a)<0$ □ $\therefore aln(2a)(2-ln(2a))<0$ □ $\therefore f(ln(2a))<0$ □

$\therefore$ □ $x\le 0$ □□ $f(x)\le f(ln(2a))<0$ □□□ $f(x)$ □□□□

当 $x>0$ 时，$f(x)$ 单调递增，注意到 $f(0)=b-1,\ 2a-1<0$ ，

取 $c=\sqrt{2(1-b)}+2$ ，∵ $b<2a<1$ ，∴ $c>\sqrt{2}>1$ ，又易证 $e^c>c+1$ ，

∴ $f(c)=(c-1)e^c-ac^2+b>(c-1)(c+1)-ac^2+b=(1-a)c^2+b-1>\frac{1}{2}c^2+b-1=1-b+1+b-1=1>0$ ，

∴ $f(x)$ 在 $(0,c)$ 上有唯一零点，即 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上有唯一零点.

综上：$f(x)$ 在 R 上有唯一零点.

4. 已知函数 $f(x)=\frac{1}{2}x^2-ax+(x-a+1)e^x$ ，其中 $a\in R$.

(Ⅰ) 讨论 $f(x)$ 的单调性；

(Ⅱ) 若 $a\in(0,1)$ ，设 $g(x)=f(x)-f(0)$ ，

(ⅰ) 证明：函数 $g(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 内有唯一的一个零点；

(ⅱ) 记 (ⅰ) 中的零点为 x_0 ，证明：当 $x\in(0,x_0)$ 时，$e^x<\frac{x}{1-a}+1$.

【解答】(Ⅰ) 解：$f(x)=\frac{1}{2}x^2?ax+(x?a+1)e^x(a\in R)$ ，

则 $f'(x)=x?a?\frac{x-a}{e^x}=(x?a)(\frac{e^x-1}{e^x})$ ，

若 $a=0$ ，则当 $x<0$ 时，$f'(x)>0$ ，当 $x>0$ 时，$f'(x)>0$ ，

所以 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上单调递增；

若 $a>0$ ，则当 $x<0$ 时，$f'(x)>0$ ，当 $0<x<a$ 时，$f'(x)<0$ ，当 $x>a$ 时，$f'(x)>0$ ，

所以 $f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 单调递增，在 $(0,a)$ 单调递减，在 $(a,+\infty)$ 单调递增；

若 $a<0$ ，则当 $x<a$ 时，$f'(x)>0$ ，当 $a<x<0$ 时，$f'(x)<0$ ，当 $x>0$ 时，$f'(x)>0$ ，

所以 $f(x)$ 在 $(-\infty,a)$ 单调递增，在 $(a,0)$ 单调递减，在 $(0,+\infty)$ 单调递增.

综上所述，当 $a=0$ 时，$f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上单调递增；

当 $a>0$ 时，$f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 单调递增，在 $(0,a)$ 单调递减，在 $(a,+\infty)$ 单调递增；

当 $a<0$ 时，$f(x)$ 在 $(-\infty,a)$ 单调递增，在 $(a,0)$ 单调递减，在 $(0,+\infty)$ 单调递增.

（Ⅱ）(i) 证明：由（1）可知，当 $0<a<1$ 时，$g(x)$ 在 $(0, a)$，单调递减，在 $(a,+\infty)$ 单调递增，

所以 $g(a)<g(0)=0$，

又 $g(2a+2)=\frac{1}{2}(2a+2)^2 ? a(2a+2)+(a+3)c?(2a+2)?(1?a)=3a+1+(a+3)c?(2a+2)3a+1>0$，

所以 $g(x)$ 存在唯一正零点 $x_0\in(a,2a+2)$，

故 $g(x)$ 有唯一正零点；

(ii) 证明：设 $h(x)=e^x ? \frac{x}{1-a} ? 1$，

则 $h'(x)=e^x ? \frac{1}{1-a}$，

当 $0<x<-ln(1-a)$ 时，$h'(x)<0$，

当 $x>-ln(1-a)$ 时，$h'(x)>0$，

所以 $h(x)$ 在 $(0, -ln(1-a))$ 上单调递减，在 $(-ln(1-a), +\infty)$，上单调递增，

又因为 $h(0)=0$，

所以要证明 $\forall x\in(0,x_0)$，$e^x<\frac{x}{1-a}+1$，

只需要证明 $h(x_0)\leqslant 0$，

即证 $e^{x_0}\leqslant\frac{x_0}{1-a}+1$，即证 $\frac{x_0+1-a}{e^{x_0}}\geqslant 1?a$，

因为 $f(x_0)=f(0)$，即 $\frac{x_0^2}{2}?ax_0+\frac{x_0+1-a}{e^{x_0}}=1?a$，

所以只需证 $\frac{x_0^2}{2}?ax_0+\frac{x_0+1-a}{e^{x_0}}\leqslant\frac{x_0+1-a}{e^{x_0}}$，即证 $x_0\leqslant 2a$，

因为 $f(x)$ 在 $(a,+\infty)$ 单调递增，

所以只需证明 $f(x_0)\leqslant f(2a)$，

因为 $f(x_0)=f(0)$，

所以只需证明 $f(2a)\geqslant f(0)$，

□□ $f(2a)?f(0)=\frac{a+1}{e^{2a}}?(1?a)$ □

□r□a□ $=\frac{a+1}{(1-a)e^{2a}}?1$ □

□r'□a□ $=\frac{2a^2}{(1-a)^2e^{2a}}>0$ □

□□ r □a□□ $(0,1)$ □□□□□□

□□ r □a□ $>r(0)=0$ □

□□ $f(2a)>f(0)$ □

□□□□□□□□□

5□□□□ $y=f(x)$ □ $x=x_0$ □□□□□□□□□□□□□□ x_0 □□□ $y=f(x)$ □□□□□□□□□ $f(x)=ax^3+3x\ln x-1(a\in R)$ □

□1□□ $a=0$ □□□ $f(x)$ □□□□

□2□□ $f(x)$ □□□ $(\frac{1}{e}$□$e)$ □□□□□□□□□□□□□□□□ a □□□□□□

□□□□□□□1□□ $a=0$ □□ $f(x)=3x\ln x-1$ □□□□□ $(0,+\infty)$ □

$f'(x)=3\ln x+3=3(\ln x+1)$ □

□ $f(x)=3x\ln x-1$ □ $(0,\frac{1}{e})$ □□□□□□□ $(\frac{1}{e}$□$+\infty)$ □□□□□□

□ $f(x)$ □ $x=\frac{1}{e}$□□□□□□ $f(\frac{1}{e})=-3\frac{1}{e}-1$ □

□2□□□ $f(x)=ax^3+3x\ln x-1$ □□□□□ $(0,+\infty)$ □

$f'(x)=3(ax^2+\ln x+1)$ □

□ $g(x)=ax^2+\ln x+1$□□ $g'(x)=2ax+\frac{1}{x}=\frac{2ax^2+1}{x}$ □

□ $a>0$ □□ $g'(x)>0$ □ $(0,+\infty)$ □□□□

□ $f'(x)=3(ax^2+\ln x+1)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□

□ $f'(\frac{1}{e})=3[a(\frac{1}{e})^2+\ln\frac{1}{e}+1]=3a(\frac{1}{e})^2>0$□

□□ $x\in(\frac{1}{e}$□$e)$ □□ $f'(x)>0$ □□□□

□ $f(x)$ □□□ $(\frac{1}{e}$□$e)$ □□□□□

□ $f(x)$ □□□ $(\frac{1}{e}$□$e)$ □□□□□□

□ $a=0$ □□□□1□□□ $f(x)$ □□□ $(\frac{1}{e}$□$e)$ □□□□□□

□ $a<0$ □□□ $\frac{2ax^2+1}{x}=0$ □□□ $x=\sqrt{-\frac{1}{2a}}$ □

□ $g(x)=ax^2+lnx+1$ □ $(0,\sqrt{-\frac{1}{2a}})$ □□□□□□□ $(\sqrt{-\frac{1}{2a}}$□$+\infty)$ □□□□□□

① □ g□e□ $g(\frac{1}{e})<0$ □□ $-\frac{2}{e^2}<a<0$ □□

$g(x)$ □ $(\frac{1}{e}$□$e)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

② □ $g(\frac{1}{e})=0$ □ $\frac{a}{e^2}=0$ □□□□□

③ □ g□e□$=0$ □ $a=-\frac{2}{e^2}$ □□□ $\sqrt{-\frac{1}{2a}}\in(\frac{1}{e}$□$e)$ □

□ $g(\sqrt{-\frac{1}{2a}})=g(\frac{e}{2})=\frac{1}{2}+ln\frac{e}{2}>0$ □

□ $g(\frac{1}{e})<0$ □

□□ $g(x)$ □ $(\frac{1}{e}$□$e)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□□□□ a □□□□□□ $[-\frac{2}{e^2}$□$0)$ □

6□□□□□ $f(x)=\frac{1}{3}x^3-a(x^2+x+1)$ □

□1□□ $a=3$ □□ $f(x)$ □□□□□□

□2□□□□ $f(x)$ □□□□□□□

□□□□□□1□□ $a=3$ □□ $f(x)=\frac{1}{3}x^3-3(x^2+x+1)$ □

□□ $f'(x)=x^2-6x-3$ □□□ $f'(x)=0$ □□ $x=3\pm2\sqrt{3}$ □

□ $x\in(-\infty,3-2\sqrt{3})$ □ $x\in(3+2\sqrt{3},+\infty)$ □□□ $f'(x)>0$ □□□□□□□□

□ $x\in(3-2\sqrt{3},3+2\sqrt{3})$ □□ $f'(x)<0$ □□□□□□□□□

□□□ $f(x)$ □□□ $(-\infty,3-2\sqrt{3})$ □ $(3+2\sqrt{3},+\infty)$ □□□□□ $(3-2\sqrt{3},3+2\sqrt{3})$ □

□2□□□□□□ $x^2+x+1=(x+\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}>0$ □

□□ $f(x)=0$ □□□ $\frac{x^3}{3(x^2+x+1)}-a=0$ □

□ $g(x)=\frac{x^3}{3(x^2+x+1)}-a$ □

□ $g'(x)=\frac{x^2[(x+1)^2+2]}{3(x^2+x+1)^2}\geqslant 0$ □□□ $x=0$ □□ $g'(x)=0$ □□□ $g(x)$ □ R □□□□□□

$g(x)$ □□□□□□□□□□ $f(x)$ □□□□□□□□

□□□ $f(3a-1)=-6a^2+2a-\frac{1}{3}=-6(a-\frac{1}{6})^2-\frac{1}{6}<0$ □

$f(3a+1)=\frac{1}{3}>0$ □

□ $f(x)$ □□□□□□

□□□ $f(x)$ □□□□□□□

7□□□□□ $f(x)=\sqrt{x}-\ln x$ □

□I□□ $f(x)$ □ $x=x_1$ □ $x_2(x_1\neq x_2)$ □□□□□□□□□ $\sqrt{x_1x_2}=2(\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2})$ □

□II□□□I□□□□□□□□□ $f(x_1)+f(x_2)>8-8\ln 2$ □

□III□□ $a\leqslant 3-4\ln 2$ □□□□□□□□ $k>0$ □□□ $y=kx+a$ □□□ $y=f(x)$ □□□□□□□

□□□□□□□I□ $f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}-\frac{1}{x}$ □□□ $\frac{1}{2\sqrt{x_1}}-\frac{1}{x_1}=\frac{1}{2\sqrt{x_2}}-\frac{1}{x_2}$ □□ $\frac{1}{2\sqrt{x_1}}-\frac{1}{2\sqrt{x_2}}=\frac{1}{x_1}-\frac{1}{x_2}$ □□□□ $\sqrt{x_1x_2}=2(\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2})$ □

□ II □ □ □ I □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ $\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}>2\sqrt[4]{x_1x_2}$ □ $\sqrt{x_1x_2}>2\sqrt[4]{x_1x_2}$ □ $x_1x_2>256$ □ □

$f(x_1)+f(x_2)=\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}-\ln x_1x_2=\frac{1}{2}\sqrt{x_1x_2}$ □ $t=x_1x_2>256$ □ $g(t)=\frac{1}{2}\sqrt{t}-\ln t$ □ $g'(t)=\frac{\sqrt{t}-4}{4t}>0$ □ $g(t)$ □

$(256,+\infty)$ $g(t) > g(256) = 8 - 8\ln 2$

$f(x_1) + f(x_2) > 8 - 8\ln 2$

（Ⅲ） $h(x) = f(x) - kx - a = \sqrt{x} - kx - \ln x - a\ (x>0)$ $h'(x) = -\dfrac{2kx - \sqrt{x} + 2}{2x}$ $t=\sqrt{x}$ $q(t) = 2kt^2 - t + 2$ △ $=1 - 16k$

① $k \geq \frac{1}{16}$ $q(t) \geq 0$ $h'(x) \leq 0$ $h(x)$ $\sqrt{x} > kx$ $x < \frac{1}{k^2}$ $\ln x + a < 0$ $x_0 = \min\{\frac{1}{k^2}, e^{-a}\}$ $h(x_0) \geq 0$ $h(\frac{1}{k^2} + e^{-a}) = (1 - \sqrt{1+ke^{-a}})\sqrt{\frac{1}{k^2} + e^{-a}} - \ln(1+\frac{e^a}{k^2}) < 0$ $h(x)=0$

② $0<k<\frac{1}{16}$ △ >0 $h'(x)=0$ $x_1 = (\frac{1+\sqrt{1-16k}}{4k})^2$ $x_2 = (\frac{1-\sqrt{1-16k}}{4k})^2$ $0<x<(\frac{1-\sqrt{1-16k}}{4k})^2$

$x > (\frac{1+\sqrt{1-16k}}{4k})^2$ $h(x)$ $(\frac{1-\sqrt{1-16k}}{4k})^2 < x < (\frac{1+\sqrt{1-16k}}{4k})^2$ $h(x)$

$m = (\frac{1-\sqrt{1-16k}}{4k})^2$ $n = (\frac{1+\sqrt{1-16k}}{4k})^2$ $h(x)$ $= h(m) = \sqrt{m} - km - \ln m - a = \frac{\sqrt{m}}{2} - \ln m + 1 - a$

$\varphi(m) = \frac{\sqrt{m}}{2} - \ln m + 1 - a$ $m = (\frac{4}{1+\sqrt{1-16k}})^2 < 16$ $0<m<16$ $\varphi'(m) = \frac{\sqrt{m} - 4}{4m} < 0$ z

$\varphi(m) > \varphi(16) = 3 - 4\ln 2 - a$ $h(x)$ > 0

$h(n) > h(m) > 0$ $h(\frac{1}{k^2} + e^{-a}) = (1 - \sqrt{1+k^2e^{-a}})\sqrt{\frac{1}{k^2} + e^{-a}} - \ln(1+\frac{e^a}{k^2}) < 0$ $n < \frac{1}{k^2} + e^{-a}$ $h(x)=0$

$a \leq 3 - 4\ln 2$ $k>0$ $y=kx+a$ $y=f(x)$

8 $f(x) = -2x\ln x + x^2 - 2ax + a^2$ $a>0$

（Ⅰ） $g(x)$ $f(x)$ $g(x)$

（Ⅱ） $a\in(0,1)$ $f(x) \geq 0$ $x\in(0,+\infty)$ $f(x)=0$ $(1,+\infty)$

(I) $f(x) = -2x\ln x + x^2 - 2ax + a^2$ $a>0$ $x>0$

$g(x) = f'(x) = 2(x - 1 - \ln x - a)$ $\therefore g'(x) = 2 - \frac{2}{x} = \frac{2(x-1)}{x}$

□ $0<x<1$ □□ $g'(x)<0$ □□□ $g(x)$ □□□□□

□ $1<x$ □□ $g'(x)>0$ □□□ $g(x)$ □□□□□

(II) □□□□ $f'(x)=2(x-1-lnx-a)=0$ □□□ $a=x-1-lnx$ □

□ $\varphi(x)=-2xlnx+x^2-2(x-1-lnx)x+(x-1-lnx)^2=(1+lnx)^2-2xlnx$ □

□ φ □1□ $=1>0$ □ φ □e□ $=2(2-e)<0$ □

$\therefore$ □□ $x_0\in(1,e)$ □□□ $\varphi(x_0)=0$ □

□ $a_0=x_0-1-lnx_0=u(x_0)$ □□□ $u(x)=x-1-lnx(x\ldots1)$ □

□ $u'(x)=1-\frac{1}{x}\ldots0$ □□□□□□ $u(x)$ □□□ $(1,+\infty)$ □□□□□□

$\therefore 0=u$ □1□ $<a_0=u(x_0)<u$ □e□ $=e-2<1$ □□ $a_0\in(0,1)$ □

□ $a=a_0$ □□□ $f'(x_0)=0$ □ $f(x_0)=\varphi(x_0)=0$ □

□□ (I) □□□ $f'(x)$ □□□ $(1,+\infty)$ □□□□□□

□ $x\in(1,x_0)$ □□ $f'(x)<0$ □ $\therefore f(x)>f(x_0)=0$ □

□ $x\in(x_0$ □ $+\infty)$ □□ $f'(x)>0$ □ $\therefore f(x)>f(x_0)=0$ □

□□ $x\in(0$ □ $1]$ □ $f(x)=(x-a_0)^2-2xlnx>0$ □

□□ $x\in(0,+\infty)$ □□ $f(x)\ldots0$ □□□□

□□□□□□□ $a\in(0,1)$ □□□ $f(x)\ldots0$ □□□□□ $f(x)=0$ □□□ $(1,+\infty)$ □□□□□□

9□□□□□ $f(x)=e^{x-1}+x^2+a$ □□□ $g(x)=x^2+ax+lnx$ □ $a\in R$ □

□I□□□□□ $y=g(x)$ □□□□□

□II□□□□ $f(x)$ □□□ $g(x)$ □□□□□□□□□□□ $P(x_0$ □ $y_0)$ □□□□ $x_0<2$ □

□□□□□□□I□ $g(x)=x^2+ax+lnx$ □ $x\in(0,+\infty)$ □

$\therefore g'(x)=2x+a+\frac{1}{x}=\frac{2x^2+ax+1}{x}$ □

□ $t(x)=2x^2+ax+1$ □

① □ $a\geq 0$ □□ $t(x)$ □□□□ $x=-\frac{a}{4}\leq 0$ □ $t(0)=1>0$ □ $\therefore g'(x)>0$ □□ $g(x)$ □□□□□

② □ $-2\sqrt{2}\leq a<0$ □□□□□□□△ $=a^2-8\leq 0$ □ $\therefore g'(x)>0$ □□ $g(x)$ □□□□□

③ □ $a<-2\sqrt{2}$ □□ $t(x)=2x^2+ax+1$ □□□□□□ $x_1=\frac{-a-\sqrt{a^2-8}}{4}$ □ $x_2=\frac{-a+\sqrt{a^2-8}}{4}$ □

$\therefore$ □ $x\in(0,x_1)$ □ $(x_2$ □ $+\infty)$ □□ $t(x)>0$ □ $g'(x)>0$ □□ $g(x)$ □□□□□

□ $x\in(x_1$ □ $x_2)$ □□ $t(x)<0$ □ $g'(x)<0$ □□ $g(x)$ □□□□□

□□□□□□ $a\geq -2\sqrt{2}$ □□ $g(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□

□ $a<-2\sqrt{2}$ □□ $g(x)$ □ $(0,\frac{-a-\sqrt{a^2-8}}{4})$ □ $(\frac{-a+\sqrt{a^2-8}}{4}$ □ $+\infty)$ □□□□□□

□ $(\frac{-a-\sqrt{a^2-8}}{4}$ □ $\frac{-a+\sqrt{a^2-8}}{4})$ □□□□□□

□□□□Ⅱ□□ $h(x)=f(x)-g(x)=e^{x-1}+a-ax-lnx$ □ $x>0$ □

□□□□□□ $h(x)$ □□□□□□□□ x_0 □

□ $h'(x)=e^{x-1}-\frac{1}{x}-a$ □

$\therefore h''(x)=e^{x-1}+\frac{1}{x^2}>0$ □

$\therefore h'(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□□□□□□□ R □

$\therefore h'(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□□□□□ $x\in(0,x_3)$ □□ $h'(x)<0$ □

□ $x\in(x_3$ □ $+\infty)$ □□ $h'(x)>0$ □

□ $h(x_3)$ □ $h(x)$ □□□□□

□□□ $h(x)$ □□□□□□ x_0 □□□ $h(x)$ □□□□ $x_3=x_0$ □

$\therefore h'(x_0)=0$ □□ $h(x_0)=0$ □

□ $\begin{cases} e^{x_0-1}-\frac{1}{x_0}-a=0 \\ e^{x_0-1}-\ln x_0-ax_0+a=0 \end{cases}$ □

□□ a □□ $e^{x_0-1}-\ln x_0-(e^{x_0-1}-\frac{1}{x_0})x_0+(e^{x_0-1}-\frac{1}{x_0})=0$ □

□□□□ $(2-x_0)e^{x_0-1}-\ln x_0+1-\frac{1}{x_0}$ □

□ $\varphi(x)=(2-x)e^{x-1}-\ln x+1-\frac{1}{x}$ □□□ x_0 □ $\varphi(x)$ □□□□

$\therefore \varphi'(x)=(1-x)e^{x-1}-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}=(1-x)(e^{x-1}+\frac{1}{x^2})$ □

$\therefore$ □ $x\in(0,1)$ □□ $\varphi'(x)>0$ □□□ $\varphi(x)$ □□□□□

$\therefore$ □ $x\in(1,+\infty)$ □□ $\varphi'(x)<0$ □□□ $\varphi(x)$ □□□□□

$\therefore \varphi(x)_{max}=\varphi$ □1□ $=1-0+1-1=1>0$ □

□ φ □2□ $=-\ln 2+\frac{1}{2}<0$ □

$\therefore \varphi(x)$ □ $(1,2)$ □□□□□□□□ $[2,+\infty)$ □ □□□□□

$\therefore \varphi(x)$ □□□□□□□2□

□□□□ $f(x)$ □□□ $g(x)$ □□□□□□□□□□□ $P(x_0,y_0)$ □ □□□□□ $x_0<2$ □

10□□□□□ $f(x)$ □□□□□□ $x, 0$ □□ $f(x)=\frac{2}{e^x+1}-\frac{3}{2}$ □□□ e □□□□□□□□□□

□I□□□ f □2□□ $f(-3)$ □□□

□II□□ $g(x)=2(1-3a)e^x+2a+\frac{5}{2}$ □□□ $x>0$ □ $a\in R$) □□□□ $f(x)$ □□□□□□ $g(x)$ □□□□□

□□□□□□□□□□□ a □□□□□□

□□□□□□□I□□□ $f(x)$ □□□□□□ $x, 0$ □□ $f(x)=\frac{2}{e^x+1}-\frac{3}{2}$ □

□□ $f(x)$ □ $x<0$ □□□□ $x>0$ □□□□

□ $ff(-3)=$ □3□□□□ f □2□ $<f$ □3□□

□□ f □2□ $<f(-3)$ □

□II□□ $g(x)=2(1-3a)e^x+2a+\frac{5}{2}$ □□□ $x>0$ □ $a\in R)$ □

□□□ $f(x)$ □□□□□ $g(x)$ □□□□□□□□□□□□□□

□□ $2(1-3a)e^x+2a+\frac{5}{2}=\frac{2}{e^x+1}-\frac{3}{2}$ □ $x>0$ □□□□□□□□□□

□□ $3a=\frac{e^{2x}+2e^x+2}{e^{2x}+\frac{2}{3}e^x-\frac{1}{3}}$ □ $x>0$ □□□□□□□□□□

□□ $t=e^x(t>1)$ □□ $h(t)=\frac{t^2+2t+2}{t^2+\frac{2}{3}t-\frac{1}{3}}$ □

$h'(t)=\frac{-\frac{4}{3}t^2-\frac{14}{3}t-2}{(t^2+\frac{2}{3}t-\frac{1}{3})^2}$ □□ $t>1$ □□ $h'(t)<0$ □ $h(t)$ □□□

□□ $h(t)\in(1$ □ $\frac{15}{4})$ □

□ $3a\in(1,\frac{15}{4})$ □□ $a\in(\frac{1}{3}$ □ $\frac{5}{4})$ □

□□□□ $t=e^x(t>1)$ □□ $h(t)=\frac{t^2+2t+2}{t^2+\frac{2}{3}t-\frac{1}{3}}=1+\frac{4t+7}{3t^2+2t-1}$ □

□□ $k=4t+7(k>11)$ □

□□ $h(t)=1+\frac{16}{3k+\frac{75}{k}-34}$ □□ $3k+\frac{75}{k}$ □ $k>11$ □□□

□□ $h(t)$ □ $k>11$ □□□□□ $h(t)\in(1$ □ $\frac{15}{4})$ □

□ $3a\in(1,\frac{15}{4})$ □□ $a\in(\frac{1}{3}$ □ $\frac{5}{4})$ □

11□□□□□ $f(x)=(x-1)e^x-ax^2+b$ □

□1□□□□□ $x>1$ □□ $f(x)>(1-a)x^2-(1-b)$ □

□2□□ $0<a<\frac{1}{2}$ □ $b,\ 2a$ □□□□ $f(x)$ □□□□□□□□□

□□□□□□□1□□□□□ $x>1$ □□ $f(x)>(1-a)x^2-(1-b)$ □□□ $e^x>x+1$ □

□ $g(x)=e^x-x-1$ □

□ $x>1$ □□ $g'(x)=e^x-1>0$ □ $g(x)$ □□□□□

□ $g(x)>g$ □1□□

$e^x-x-1>e-2>0$ □□ $e^x>x+1$ □

□□□ $x>1$ □□ $f(x)>(1-a)x^2-(1-b)$ □

□2□□□□ $f(x)$ □□□□ $(-\infty,+\infty)$ □ $f'(x)=x(e^x-2a)$ □

□ $0<a<\frac{1}{2}$ □□ $x<ln2a$ □ $x>0$ □□ $f'(x)>0$ □

□ $ln2a<x<0$ □□ $f'(x)<0$ □

□ $f(x)$ □ $(-\infty,ln2a)$ □□□□□□ $(ln2a,0)$ □□□□□□ $(0,+\infty)$ □□□□□

$f(ln2a)=(ln2a-1)2a-a(ln2a)^2+b,\ aln2a(2-ln2a)<0$ □

□□ $0<a<\frac{1}{2}$ □ $b,\ 2a$ □□□ $b<1$ □

□ x_0 □□ $x_0>1$ □ $x_0>\sqrt{\frac{1-b}{1-a}}$ □□

□□1□□□ $f(x_0)>(1-a)x_0^2-(1-b)>0$ □

□□ $f(x)$ □□□□□□□□□

12□□□□□ $f(x)=x\sin x+\cos x+\frac{1}{2}ax^2, x\in[-\pi,\pi]$ □

□1□□□□ $y=f(x)$ □□ $(0$ □ $f(0))$ □□□□□□□

□2□□ $a=0$ □□□ $f(x)$ □□□□□□

□3□□ $a>0$ □□ $f(x)$ □□□ $[\frac{\pi}{2},\pi]$ □□□□□□□ a □□□□□□

□□□□□□□1□ $f'(x)=\sin x+x\cos x-\sin x+ax=x\cos x+ax$ □

□□ $k_0=f'(0)=0$ □

□ $f(0)=1$ □

□□ $f(x)$ □ $(0$ □ $f(0))$ □□□□□□□ $y-1=0$ □□ $y=1$ □

□2□□ $a=0$ □□ $f(x)=x\sin x+\cos x$ □

$f'(x)=\sin x+x\cos x-\sin x=x\cos x$ □

□□□ $(-\pi,-\frac{\pi}{2})$ □ $(0,\frac{\pi}{2})$ □□ $f'(x)>0$ □ $f(x)$ □□□□□

□ $(-\frac{\pi}{2}$ □ $0)$ □ $(\frac{\pi}{2}$ □ $\pi)$ □□ $f'(x)<0$ □ $f(x)$ □□□□□

□□ $f(x)$ □□□□□□□ $(-\pi,-\frac{\pi}{2})$ □ $(0,\frac{\pi}{2})$ □

□□□□□□□ $(-\frac{\pi}{2}$ □ $0)$ □ $(\frac{\pi}{2}$ □ $\pi)$ □

□3□□ $a>0$ □□□ $f(x)=0$ □

□ $x\sin x+\cos x+\frac{1}{2}ax^2=0$ □

□□ $a=\frac{2x\sin x+2\cos x}{-x^2}$ □

□ $g(x)=\frac{2x\sin x+2\cos x}{-x^2}$ □ $x\in[\frac{\pi}{2}$ □ $\pi]$

$g'(x)=\frac{(2\sin x+2x\cos x-2\sin x)(-x^2)-(2x\sin x+2\cos x)(-2x)}{(-x^2)^2}$

$=\frac{-2x^3\cos x+4x^2\sin x+4x\cos x}{(-x^2)^2}=\frac{2x\cos x(-x^2+2)+4x^2\sin x}{(-x^2)^2}$

□ $x\in[\frac{\pi}{2}$ □ $\pi]$ □□ $\cos x<0$ □ $-x^2+2<0$ □□ $g'(x)>0$ □

□□ $g(x)$ □ $[\frac{\pi}{2}$ □ $\pi]$ □□□□□□

□ $g(\frac{\pi}{2})=\frac{\pi}{-\frac{\pi^2}{4}}=-\frac{4}{\pi}$ □ $g(\pi)=\frac{-2}{-\pi^2}=\frac{2}{\pi^2}$ □

□ $f(x)$ □□□ $[\frac{\pi}{2},\pi]$ □□□□□□

□ $-\frac{4}{\pi}\leqslant a\leqslant\frac{2}{\pi^2}$ □

□ a □□□□□ $[-\frac{4}{\pi}$ □ $\frac{2}{\pi^2}]$ □

13□□□□□ $f(x)=xe^x-ax^2-2ax$ □

□1□□ $a=1$ □□□ $f(x)$ □□□□□□

□2□□ $f(x)$ □□□□□□□□□□ a □□□□□□

□ □ □ □ □ □ □ 1 □ $a=1$ □ □ $f(x)=xe^x-x^2-2x$ □ □ □ □ □ R □

$f'(x)=e^x+xe^x-2x-2=e^x(x+1)-2(x+1)=(x+1)(e^x-2)$ □

□ $x<-1$ □□ $f'(x)>0$ □ $f(x)$ □□□□□

□ $-1<x<ln2$ □□ $f'(x)<0$ □ $f(x)$ □□□□□□

□ $x>ln2$ □□ $f'(x)>0$ □ $f(x)$ □□□□□

□□□ $f(x)$ □□□□□□□□ $(-\infty,-1)$ □ $(ln2,+\infty)$ □□□□□□□□ $(-1,ln2)$ □

□2□ $f(x)=xe^x-ax^2-2ax=x(e^x-ax-2a)$ □□ $g(x)=e^x-ax-2a$ □ $g'(x)=e^x-a$ □

□□ $f(0)=0$ □□ $f(x)$ □□□□□0□

□□ $f(x)$ □□□□□□□□□□ $g(x)=e^x-ax-2a$ □□□□□□□□□□□0□

① □ $a=0$ □□ $g(x)=e^x$ □□□□□□□□□

② □ $a<0$ □ $g'(x)=e^x-a>0$ □ □ $g(x)$ □ R □ □ □ □ □ □ $g(-2)=e^{-2}+2a-2a>0$ □

$g(-2+\frac{1}{a})=e^{-2+\frac{1}{a}}-a(-2+\frac{1}{a})-2a=e^{-2+\frac{1}{a}}+2a-1-2a=e^{-2+\frac{1}{a}}-1<0$ □

□ $g(x)$ □□□ $(-2+\frac{1}{a},-2)$ □□□□□□□□□□□□□□□

③ □ $a>0$ □□ $g(x)$ □ $(-\infty,lna)$ □□□□□□□ $(lna,+\infty)$ □□□□□ $g(x)_{min}=g(lna)=e^{lna}-alna-2a=-a(lna+1)$ □

□ $g(x)=e^x-ax-2a$ □□□□□□□□ $g(x)_{min}>0$ □□□ $0<a<\frac{1}{e}$ □

□ $g(x)$ □□□0□□ $g(0)=1-2a=0$ □□ $a=\frac{1}{2}$ □□□ $g(x)=e^x-\frac{1}{2}x-1$ □ $g'(x)=e^x-\frac{1}{2}$ □ $g(x)$ □ $(-\infty,ln\frac{1}{2})$ □□□□□□□

$(ln\frac{1}{2},+\infty)$ □□□□□

$g(ln\frac{1}{2})=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}ln\frac{1}{2}-1=\frac{1}{2}ln2-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}(ln2-1)<0$ □ $g(-2)=e^{-2}+1-1>0$ □

□ $g(x)$ □□□ $(-2,ln\frac{1}{2})$ □□□□□□□□□□□□□□□

□□□ $f(x)$ □□□□□□□□□□ $a\in[0,\frac{1}{e})$ □

学科网中小学资源库

扫码关注

可**免费**领取**180套**PPT教学模版

✦ 海量教育资源 一触即达

✦ 新鲜活动资讯 即时上线